

8. Übung

Formale Grundlagen der Informatik

Norbert E. Fuchs (fuchs@ifi.unizh.ch)

Verantwortlicher Assistent:
Gérard Milmeister (milmei@ifi.unizh.ch)

Abgabe bis 29. Mai 2002, 17.00 Uhr
Briefkasten 067-C, Stockwerk K, Institut für Informatik der Universität Zürich

Bitte die Lösungen direkt in die vorgesehenen Lücken der Blätter schreiben!

Thema: Logik

Name	Vorname	Matrikelnummer

Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3	Aufgabe 4	Summe

Aufgabe 1 (3 Punkte)

1.1 (2 Punkte)

Vereinfachen Sie folgende Formeln soweit wie möglich. Geben Sie zu jedem Schritt die verwendete Regel an. Was lässt sich zu ihren konjunktiven bzw. disjunktiven Normalformen sagen?

$$(\varphi \rightarrow (\varphi \wedge \neg\psi)) \wedge (\psi \rightarrow (\psi \wedge \neg\phi))$$

$$((\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \psi) \rightarrow \psi$$

1.2 (1 Punkt)

Benutzen Sie das Deduktionstheorem

$$M \cup \{A\} \models B \Leftrightarrow M \models (A \rightarrow B)$$

um folgendes zu beweisen:

Wenn die Aussage A und die Aussage „Es kann nicht sein, dass die Aussage A wahr und die Aussage B falsch ist.“ wahr sind, dann ist die Aussage B wahr.

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Folgende arithmetische Prädikatsymbole sind gegeben:

$N(x)$: x ist eine nicht-negative ganze Zahl.

$Z(x)$: x ist die Zahl 0 (Null).

$S(x, y)$: $y = x + 1$.

$E(x, y)$: $x = y$.

$\Sigma(x, y, z)$: $z = x + y$.

$\Pi(x, y, z)$: $z = x \times y$.

Formalisieren Sie folgende Aussagen der Arithmetik. Verwenden Sie dabei jeweils die bereits bestimmten Prädikate.

2.1 (0.5 Punkte)

$U(x) \equiv x$ ist die Zahl 1 (Eins).

2.2 (0.5 Punkte)

$G(x) \equiv x$ ist eine gerade Zahl grösser als 2.

2.3 (0.5 Punkte)

$T(x, \gamma) \equiv x$ ist ein Teiler von γ .

2.4 (0.5 Punkte)

$Pr(x) \equiv x$ ist eine Primzahl.

2.5 (0.5 Punkte)

Goldbachkonjektur $Gb \equiv$ Jede positive gerade Zahl grösser als 2 ist die Summe von zwei Primzahlen.

2.6 (0.5 Punkte)

$P_\infty \equiv$ Es gibt unendliche viele Primzahlen.

Aufgabe 3 (2 Punkte)

3.1 (1.5 Punkte)

Zeigen Sie, dass sich jeder prädikatenlogische Ausdruck in Pränexnormalform umwandeln lässt.

3.2 (0.5 Punkte)

Führen Sie folgende Substitutionen durch:

$$\forall X(p(X) \wedge q(Y)) \vee q(X) \quad \{X/a, Y/b\}$$

$$\exists X(q(X, Y) \wedge \forall Y(p(X, Y))) \quad \{X/a, Y/b\}$$

Aufgabe 4 (2 Punkte)

Geben Sie eine möglichst präzise prädikatenlogische Formalisierung für folgende natürlich-sprachlichen Aussagen.¹ Erstellen Sie zuerst eine teilformalisierte Version. Tip: Für die zweite Aussage gehen Sie davon aus, dass die erste Aussage als Bedingung gilt.

„Schweizer haben höchstens ein Handy.“

„Es vergeht kein Tag, an dem nicht jeder Schweizer einen Bekannten mit seinem Handy anruft, sofern er eins hat.“

Verwenden Sie dabei folgende Prädikate:

$\text{tag}(X)$:	X ist ein Tag.
$\text{person}(X)$:	X ist eine Person.
$\text{schweizer}(X)$:	X ist ein Schweizer oder eine Schweizerin.
$\text{kennt}(X, Y)$:	X kennt Y .
$\text{handy}(X)$:	X ist ein Handy.
$\text{besitzt}(X, Y)$:	X besitzt Y .
$\text{ruftan}(X, Y, T, H)$:	Am Tag T ruft X Y mit Handy H an.
$\text{id}(X, Y)$:	X und Y sind identisch.

¹Natürlich sind in diesen Aussagen auch die weiblichen Mitbürger gemeint.